# Baccalauréat ES

**Session 2016**

## Epreuve des MATHEMATIQUES

# Corrigé

# 1 Exercice 1

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| b | d | d | c |

1) on applique la formule $\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}};f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[\frac{225}{300}-\frac{1}{\sqrt{300}};\frac{225}{300}+\frac{1}{\sqrt{300}}\right]=[0,692\,;\,0,808]$ :

**réponse b.**

2) On doit calculer $\frac{10-4}{11-4}=\frac{6}{7}$ : **réponse d.**

3) On applique $(u\,v)'$ :

$f'(x)=e^{-2x+3}+(x+1)(-2)e^{-2x+3}=(1-2x-2)e^{-2x+3}=(-2x-1)\,e^{-2x+3}$ : **réponse d.**

4) Le a) est faux : $f$ est en effet convexe là où $f''(x)>0$.

Le b) est faux pour la même raison.

Le d) est faux : $f'$ est croissante là où $f''(x)>0$, en fait $f'$ croissante $\Leftrightarrow$ $f$ convexe.

Le c) est juste, car $C_f$ admet un point d'inflexion là où $f''(x)=0$, donc ici en $x=1$ : **réponse c.**

# 2 Exercice 2

1) Chaque année il vend 25% de son parc, il en garde donc 75%. Pour calculer 75% d'une quantité, on multiplie celle-ci par 0,75. Ensuite, il rajoute 3000 voitures, et donc, d'une année à l'autre, le nombre de ses voitures est d'abord multiplié par 0,75, puis augmenté de 3000, ce qui explique pourquoi :

$$\boldsymbol{u_{n+1}=0,75u_n+3000}.$$

C'est une suite arithmético-géométrique, dont la résolution passe en général par une suite auxiliaire.

2) a) Montrons que $(v_n)$ est géométrique :

$$\begin{aligned}
v_{n+1} &= u_{n+1}-12\,000\\
&= 0,75u_n+3000-12\,000\\
&= 0,75u_n-9\,000\\
&= 0,75\,(u_n-12\,000) \text{ car } 12\times 0,75=9\\
&= 0,75\,v_n.
\end{aligned}$$

2) b) $v_0=u_0-12\,000=-2\,000$.

Ainsi :

$$\boldsymbol{v_n=-2000\times 0,75^n}.$$

La suite $(v_n)$ croît vers 0.

2) c) Pour tout $n$ :

$$\begin{aligned}
u_n &= v_n+12\,000\\
&= \boldsymbol{12\,000-2000\times 0,75^n}.
\end{aligned}$$

2) d) On peut en déduire que le nombre de voitures croît, à partir de 10 000, jusqu'à la limite **12 000**.

3) a) Algorithme :

```
U=10 000
N=0
tant que U<11950 :
    N=N+1
    U=U*0.75+3000
afficher N
```

3) b) On trouve $\boldsymbol{N=13}$ donc en 2015+13=2028.

Vérification : $12\,000-2000\times 0,75^{13}\approx 11\,952$.

3) c) Par le calcul :

$$\begin{aligned} 12\,000-2000\times 0,75^n=11\,950 &\Leftrightarrow 2000\times 0,75^n=50\\ &\Leftrightarrow 0,75^n=0,025\\ &\Leftrightarrow n=\frac{\ln(0,025)}{\ln(0,75)}\\ &\Leftrightarrow n\approx 12,82, \end{aligned}$$

donc on arrondit $\boldsymbol{n=13}$.

# 3 Exercice 3

**Partie A**

1) $p(R)=\dfrac{960}{3200}=\mathbf{30\%}$.

2) $p_R(F)=\mathbf{35\%}$.

3) On demande $p(R\cap F)=P_R(F)\times P(R)=0,35\times 0,30=\mathbf{10,5\%}$.

4) On a $p(F)=0,385$.

$p(F\cap\bar{R})=p(F)-p(F\cap R)=0,385-0,105=0,28=\mathbf{28\%}$.

5) $p_{\bar{R}}(F)=\dfrac{p(F\cap\bar{R})}{p(\bar{R})}=\dfrac{0,28}{0,70}=0,40$ donc parmi les chansons qui ne sont pas du rock, **40%** sont francophones, à comparer avec le résultat précédent :

- parmi les chansons qui ne sont pas du rock, 40% sont francophones ;
- parmi les chansons qui sont du rock, 35% sont francophones ;
- parmi les chansons globalement, 38,5% sont francophones.

*Les événements $R$ et $F$ ne sont donc pas indépendants (ils le seraient ssi ces trois pourcentages étaient égaux), mais pas loin.*

**Partie B**

$X$ suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu=30,\sigma=10)$. On utilise la calculatrice pour calculer :

1) $p(15\leqslant X\leqslant 45)\approx\mathbf{0,867}=86,7\%$.

2) $p(X\geqslant 60)\approx\mathbf{0,001}=0,1\%$.

# 4 Exercice 4

**Partie A**

1) $\boldsymbol{f'(1,5)=0}$ puisqu'il y a tangente horizontale en $B$.

2) La droite passant par $(0,2)$ et par $(1,3)$ a pour équation $\boldsymbol{y=2+x}$ (on en déduit d'ailleurs que $f'(1)=2$).

3) Pour ce domaine on peut observer 3 carreaux et un chouya, donc la réponse à l'unité près serait : **3**.

4) On ne peut pas déterminer la convexité de $f$ mais on peut la conjecturer : la courbe semble, à l'instar des deux déjà représentées, être partout en-dessous de ses tangentes. C'est le propre d'une fonction **concave**.

**Partie B**

1) $f'(x)=-2+\dfrac{3}{x}=\dfrac{-2x}{x}+\dfrac{3}{x}=\dfrac{3-2x}{x}$ cqfd.

2) Le signe de $f'(x)$ sur $[0,5\,;\,6]$ est celui de $(3-2x)$ : positif avant $x=1,5$ et négatif après.

| $\boldsymbol{x}$ | **0,5** | | **1,5** | | **6** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{f'(x)}$ | | + | **0** | − | |
| $\boldsymbol{f}$ | | ↗ | | ↘ | |

.

3) On regarde les bornes :

- $f(0,5)=-2\times 0,5+5+3\ln(0,5)=4-3\ln(2)>0$ donc $f(x)$ ne prendra pas la valeur 0 sur l'intervalle $[0,5\,;\,1,5]$.

- $f(1,5)>0$ puisque $f(0,5)$ l'est, et $f(6)=-2\times 6+5+3\ln(6)=-7+3\ln(6)\approx -1,62<0$.

  Ainsi, $f$, étant strictement décroissante sur cet intervalle, et passant d'une valeur >0 à une valeur <0, s'annule une et une seule fois.

On trouve $\boldsymbol{x_0\approx 4,88}$.

4) Ainsi :

| $x$ | 0,5 | | 4,88 | | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | + | 0 | − | |

.

5) a) $F'(x)=-2x+2+3\ln(x)+3x\times\dfrac{1}{x}=-2x+2+3\ln(x)+3=-2x+5+3\ln(x)=f(x)$ donc oui, $F$ est bien une primitive de $f$.

5) b) Cette aire vaut $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=[F(x)]_1^2=F(2)-F(1)=(-4+4+6\ln(2))-(-1+2+0)$,

soit $\boldsymbol{\mathcal{A}=6\ln(2)-1}$.

On trouve $\boldsymbol{\mathcal{A}\approx 3,2}$, cohérent avec le résultat lu sur le graphique partie A question 3.