

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL ∞
Métropole 11 septembre 2014

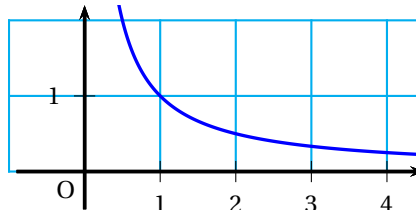
EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 = \sqrt{6} + i\sqrt{6}$ est :
 - a. $z_1 = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{4}}$
 - b. $z_1 = 2\sqrt{6}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
 - c. $z_1 = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$
 - d. $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$
2. On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{6} + i\sqrt{6}$ et $z_2 = -\sqrt{6} + i\sqrt{6}$.
Le nombre complexe z_2 est égal à :
 - a. $\overline{z_1}$
 - b. $-z_1$
 - c. $-\overline{z_1}$
 - d. $i + z_1$
3. La fonction f est définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
Sa courbe représentative est donnée ci-dessous :



- Le domaine du plan défini comme l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ qui vérifient $1 \leq x \leq 2$ et $\frac{1}{x} \leq y \leq 1$ a pour aire (exprimée en unité d'aire) :
- a. $\ln 2$
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. $1 - \ln 2$
 - d. $1 - e^2$
4. La tangente au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ à la courbe représentative de la fonction f , définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$, a pour équation :
 - a. $y = -4x + 4$
 - b. $y = 4x + 4$
 - c. $y = -4x - 4$

d. $y = 4x - 4$

EXERCICE 2**5 points**

Une équipe aérospatiale se propose d'envoyer un satellite de 10 tonnes en orbite autour de la Terre par l'intermédiaire d'une fusée à un seul étage. Cette fusée a une masse à vide, c'est-à-dire sans carburant ni satellite, de 40 tonnes.

L'éjection des gaz permet à la fusée de décoller et de s'élever dans les airs jusqu'à la consommation totale du propergol, carburant contenu dans ses réservoirs. La vitesse d'éjection des gaz est $V_e = 3200 \text{ m.s}^{-1}$.

La vitesse finale de la fusée vitesse atteinte lorsque les réservoirs sont vides, varie en fonction de la masse de propergol contenue au départ dans les réservoirs. Elle doit être de 8000 m.s^{-1} pour permettre la mise en orbite souhaitée.

Le but de l'exercice est de déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre cette mise en orbite du satellite.

On note x la masse, en tonnes, de propergol contenu au décollage dans les réservoirs de la fusée. La masse x est comprise entre 100 et 900 tonnes. La masse totale de la fusée est alors $(x + 50)$ tonnes.

Il est établi que la vitesse finale de la fusée, $f(x)$, exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, est donnée par

$$f(x) = V_e \times [\ln(x + 50) - \ln 50]$$

où x est un réel de l'intervalle $[100 ; 900]$.

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[100 ; 900]$, $f(x) = 3200 \times \ln(0,02x + 1)$.
On pourra choisir l'une ou l'autre des expressions de $f(x)$ pour répondre à chacune des questions suivantes.
2.
 - a. Si les réservoirs contiennent au décollage 100 tonnes de propergol, quelle sera la vitesse finale de la fusée ?
 - b. Avec 400 tonnes de propergol au décollage la mise en orbite sera-t-elle possible ?
3.
 - a. Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f .
 - b. En déduire le sens de variation de la fonction f .
4. Déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre la mise en orbite souhaitée.

EXERCICE 3**7 points**

Chloé, âgée de 15 ans au 1^{er} janvier 2014, réside dans une agglomération française. Pour anticiper le financement de son permis de conduire, elle décide de placer sur un produit d'épargne ses 600 euros d'économies à partir du 1^{er} janvier 2014.

Information 1 : conditions de souscription du livret jeune

- Montant maximum de placement : 1 600 euros
- Taux d'intérêt annuel de 2,75 %
- Avoir entre 12 et 25 ans
- Résider en France
- Montant minimum à l'ouverture : 10 euros

Information 2 : coût moyen du permis de conduire

La loi impose un minimum de 20 heures de conduite avant de se présenter au permis.

Une enquête de la CLCV (Consommation, Logement et Cadre de Vie) publiée en août 2013 et menée auprès de 447 auto-écoles souligne que ce forfait de 20 heures est facturé du simple au double selon les régions.

Par ailleurs, même si le minimum imposé par la loi est de vingt heures de conduite, il en faut plutôt trente en moyenne.

Ainsi, en comptant les frais de dossier, il est préférable de prévoir un budget de 1 500 euros.

Partie A

1. Expliquer pourquoi Chloé remplit les conditions permettant de souscrire au livret jeune.
2. Aura-t-elle une somme suffisante disponible au 1^{er} janvier 2017 pour passer son permis si elle choisit de souscrire au livret jeune ?

Partie B

Chloé aura besoin de 1 500 euros pour financer son permis. Ses parents lui conseillent de verser chaque mois sur le livret la somme supplémentaire de 25 euros, à partir du 1^{er} février 2014. Ils lui expliquent que le taux annuel du livret jeune correspond à un taux mensuel de 0,226 %.

1. Ses parents lui présentent un extrait d'une page de tableur qui simule l'évolution d'épargne :

	A	B
1	01/01/2014	600,00 €
2	01/02/2014	626,36 €
3	01/03/2014	652,77 €
4	01/04/2014	679,25 €
5	01/05/2014	705,78 €
6	01/06/2014	732,38 €
7	...	...

- a. Justifier que, dans la feuille de calcul ci-dessus, la formule à saisir dans la cellule B2 est : $= 1,00226 \times B1 + 25$.
 - b. Déterminer la somme qui serait disponible sur le livret au 1^{er} juillet 2014.
2. Chloé veut déterminer au bout de combien de mois elle aurait l'argent nécessaire pour financer son permis en suivant le conseil de ses parents. Elle décide de noter u_n la somme, en euros, disponible le n -ième mois après l'ouverture du livret. Ainsi, u_0 vaut 600 euros.
 - a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 - b. Chloé décide d'écrire l'algorithme suivant :

Variables n : un nombre entier naturel u : un nombre réel**Initialisation**Affecter à n la valeur 0Affecter à u la valeur 600**Traitement**

Tant que

Affecter à n la valeur $n + 1$ Affecter à u la valeur

Fin Tant que

Sortie

Afficher ...

Trois lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter pour que Chloé puisse déterminer le nombre de mois cherché.

- c. Au bout de combien de mois Chloé aura-t-elle l'argent nécessaire pour financer son permis si elle suit les conseils de ses parents ?

EXERCICE 4**4 points**

Une entreprise de transport dispose d'un nombre important de camions. On admet que la distance quotidienne parcourue par chaque camion, exprimée en kilomètres, peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance 500 et d'écart type 40.

1. Donner la distance moyenne parcourue en un jour par un camion.
2. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure au moins 500 km en un jour.
3. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure entre 380 km et 460 km en un jour.
4. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure plus de 460 km en un jour.
5. Le directeur de l'entreprise affirme qu'environ 95 % de ses camions parcourent entre 460 et 540 km par jour. A-t-il raison ?