

Durée : 4 heures

∞ **Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL** ∞
Métropole–La Réunion 18 juin 2015

EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1. On considère le nombre complexe $z = 3e^{-i\frac{\pi}{6}}$. La forme algébrique du nombre complexe z est :

a. $-\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ b. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ c. $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ d. $-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$

2. $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 \times z_2$ est :

a. $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ b. $-4e^{-i\frac{\pi}{6}}$ c. $2e^{i\frac{\pi}{6}}$ d. $4e^{i\frac{\pi}{2}}$

3. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + \frac{1}{3}y = 0$ sont de la forme :

a. $t \mapsto \frac{1}{\sqrt{3}}t^2$
b. $t \mapsto A\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}t\right) + B\sin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}t\right)$
c. $t \mapsto Ae^{-\sqrt{3}t}$
d. $t \mapsto -\frac{1}{3}$

4. La fonction f est définie sur l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par $f(x) = 2 + \frac{1}{x+1}$. La limite de cette fonction f en $+\infty$ est égale à :

a. $-\infty$ b. $+\infty$ c. 0 d. 2

EXERCICE 2

5 points

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Une fibre optique est un fil très fin, en verre ou en plastique, qui a la propriété d'être un conducteur de la lumière et sert dans la transmission d'un signal véhiculant des données.

La puissance du signal, exprimée en milliwatts (mW), s'atténue au cours de la propagation.

On note P_E et P_S les puissances respectives du signal à l'entrée et à la sortie d'une fibre.

Pour une fibre de longueur L exprimée en kilomètres (km), la relation liant P_E , P_S et L est donnée par :

$$P_S = P_E \times e^{-aL}$$

où a est le coefficient d'atténuation linéaire dépendant de la fibre.

Une entreprise utilise deux types de fibre optique de coefficients d'atténuation différents.

Dans tout l'exercice :

- la puissance du signal à l'entrée de la fibre est 7 mW ;
- à la sortie, un signal est détectable si sa puissance est d'au moins 0,08 mW ;
- pour rester détectable, un signal doit être amplifié dès que sa puissance devient strictement inférieure à 0,08 mW.

Partie A

Le premier type de fibre de longueur 100 km utilisé par l'entreprise a un coefficient d'atténuation linéaire $a = 0,046$.

Pour ce type de fibre, sera-t-il nécessaire de placer au moins un amplificateur sur la ligne pour que le signal soit détectable en sortie ?

Partie B

La puissance du signal le long du second type de fibre est modélisée par une fonction g de la variable x , où x étant la distance en kilomètres parcourue par le signal depuis l'entrée de la fibre. On admet que cette fonction g est définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et qu'elle est solution sur cet intervalle de l'équation différentielle

$$y' + 0,035y = 0.$$

1. Résoudre l'équation différentielle $y' + 0,035y = 0$.
2. **a.** Sachant que $g(0) = 7$, vérifier que la fonction g est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = 7e^{-0,035x}$.
b. En déduire le coefficient d'atténuation de cette fibre.
3. **a.** Étudier le sens de variation de la fonction g .
b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.
4. **a.** Le signal sera-t-il encore détecté au bout de 100 km de propagation ?
b. Déterminer la longueur maximale de la fibre permettant une détection du signal à la sortie sans amplification.

EXERCICE 3

6 points

Le parc de véhicules particuliers (VP) et de véhicules utilitaires légers (VUL) circulant en France est essentiellement constitué de véhicules thermiques (principalement essence, gasoil et GPL).

Pour lutter contre la pollution, il intègre de plus en plus de véhicules à « faible émission de CO_2 » c'est-à-dire des véhicules hybrides (véhicules thermiques assistés d'un moteur électrique) et des véhicules électriques.

Document 1

Au regard du parc et des ventes de véhicules en 2010, l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) a mobilisé ses services techniques et économiques en 2012, afin d'élaborer des visions énergétiques. Afin de répondre aux enjeux environnementaux, l'ADEME prévoit d'atteindre pour le parc 2030 un taux moyen d'émission de CO₂ par véhicule de 100 g/km.

Ventes et prévisions

Véhicules (VP-VUL)	Ventes 2010	Parc 2010	Prévisions ventes 2030	Prévisions parc 2030
Véhicules thermiques	100 %	100 %	64 %	89 %
Véhicules hybrides	0 %	0 %	24 %	7 %
Véhicules électriques	0 %	0 %	12 %	4 %
Total des voitures VP et VUL	2,2 millions	35 millions	2 millions	35 millions
Emission moyenne de CO ₂ par véhicule	127 g/km	165 g/km	49 g/km	100 g/km

Document 2

Ventes nationales de véhicules entre 2011 et 2013

Véhicules (VP- VUL)	Ventes 2011	Ventes 2012	Ventes 2013
Véhicules hybrides	13 600	27 730	41 340
Véhicules électriques	4 313	9 314	13 954
Total des ventes y compris véhicules thermiques	2 204 065	1 898 872	1 790 000

Partie A

1. Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le nombre de véhicules hybrides vendus ?
2. Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le pourcentage de véhicules à faible émission de CO₂ dans le parc automobile ?

Partie B

1. Le tableau suivant est incomplet. Déterminer le pourcentage d'augmentation des ventes de véhicules hybrides de 2012 à 2013.

Véhicules VP et VUL	Augmentation des ventes de véhicules	
	de 2011 à 2012	de 2012 à 2013
Véhicules hybrides	103,9 %	...
Véhicules électriques	116 %	49,8 %

2. Après un fort démarrage des ventes de véhicules hybrides, les professionnels de l'automobile envisagent une augmentation de leurs ventes de 16 % par an de 2013 à 2030.

Le nombre de véhicules hybrides vendus en 2013 est de 41 340.

On décide de modéliser les ventes annuelles de véhicules hybrides par une suite géométrique de raison 1,16.

On note u_n le nombre de véhicules hybrides vendus durant l'année 2013 + n .

- a. Donner u_0 .
- b. Exprimer u_n en fonction de n .
- c. L'augmentation de 16 % par an des ventes de véhicules hybrides permettrait-elle d'atteindre la prévision de l'ADEME pour l'année 2030 ?

3. Les professionnels de l'automobile s'intéressent aussi aux ventes de véhicules électriques de 2013 à 2030.

Le nombre de véhicules électriques vendus en 2013 est de 13 954.

- a. On réalise sur tableur une feuille de calcul qui détermine le nombre de véhicules électriques vendus de 2013 à 2030 en supposant une augmentation annuelle de 16 % à partir de 2013.

	A	B
1	Année	Prévisions des ventes de voitures électriques
2	2013	13 954
3	2014	16 186,64
4	2015	18 776,502 4
5	2016	21 780,742 78
6	2017	25 265,661 63
7	2018	29 308,167 49
8	2019	33 997,474 29
9	2020	39 437,070 17
10	2021	45 747,001 4
11	2022	53 066,521 63
12	2023	61 557,165 09
13	2024	71 406,311 5
14	2025	82 831,321 34
15	2026	96 084,332 76
16	2027	111 457,826
17	2028	129 291,078 2
18	2029	149 977,650 7
19	2030	173 974,074 8

Donner la formule saisie dans la cellule B3 de la feuille de calcul ci-dessus pour compléter le tableau par « recopie vers le bas ».

- b. Ce taux d'augmentation annuel permettrait-il d'atteindre les prévisions de l'ADEME des ventes de véhicules électriques en 2030 ?
4. Les professionnels de l'automobile cherchent un pourcentage d'augmentation annuelle des ventes de véhicules électriques qui permettrait d'atteindre les prévisions de l'ADEME en 2030.

On considère l'algorithme suivant :

Variables
u : un nombre réel
q : un nombre réel
Initialisation
Affecter à u la valeur 173 974
Affecter à q la valeur 1,16
Traitement
Tant que $u \leq 240\,000$
q prend la valeur $q + 0,01$
u prend la valeur $13\,954 \times q^{17}$
Fin Tant que
Sortie
Afficher $(q - 1) \times 100$

- a. Que représente la valeur 173 974 prise par la variable u dans l'initialisation de l'algorithme ?

- b. Faire fonctionner cet algorithme. Pour cela reproduire et compléter le tableau ci-dessous. Des lignes supplémentaires pourront être ajoutées.

Étapes de l'algorithme	Variables	
	q	u
Initialisation	1,16	173 974
Étape 1
Étape 2
...

- c. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme? Interpréter le résultat.

EXERCICE 4

5 points

Dans l'ensemble de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

L'usine OCEFRAIS embouteille des jus de fruits. L'étiquette de la bouteille indique 1,5 litre de jus de fruits. Le volume de la bouteille est de 1,55 litre.

À l'embouteillage, le volume de jus de fruits versé dans une bouteille est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 1,5$ et d'écart-type $\sigma = 0,015$.

1. a. L'une des trois figures donne la courbe représentative C_f de la densité f de cette loi normale. Indiquer sur la copie le numéro de la figure correspondante en expliquant votre choix.

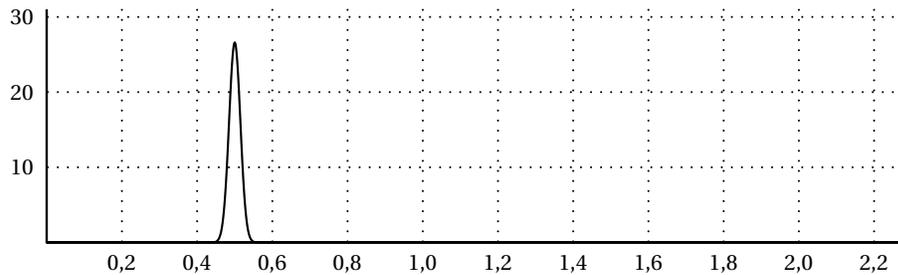


Figure 1

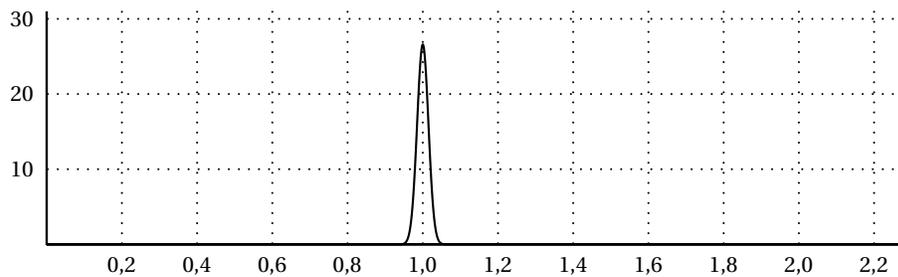


Figure 2

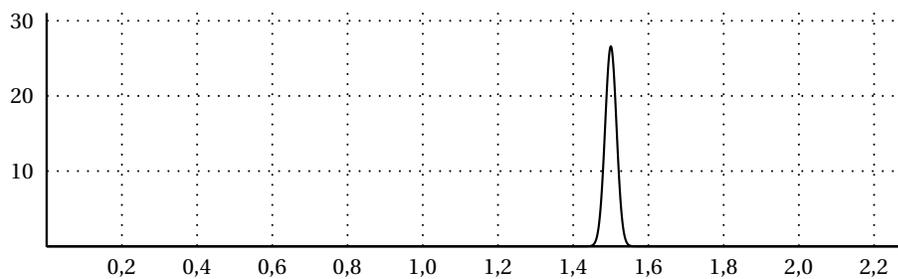


Figure 3

- b.** Déterminer $P(1,485 \leq X \leq 1,515)$.
- 2.** On choisit au hasard une bouteille de jus de fruits.
- a.** Quelle est la probabilité que cette bouteille contienne exactement 1,48 litre de jus de fruits ?
- b.** Calculer la probabilité que cette bouteille contienne entre 1,46 litre et 1,54 litre de jus de fruits.
- c.** Quelle est la probabilité que cette bouteille déborde sur la chaîne d'em-bouteillage ? On rappelle que toutes les bouteilles utilisées ont un volume de 1,55 litre.
- 3.** Une bouteille est dite conforme si elle contient entre 1,46 litre et 1,54 litre de jus de fruits. Selon l'usine OCFRAIS, la probabilité qu'une bouteille soit non conforme est 0,007 7. Un supermarché achète un lot de 10 000 bouteilles.
- a.** Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence observée de bouteilles non conformes dans un tel lot.
- b.** Dans le lot de 10 000 bouteilles, on a compté 90 bouteilles non conformes. Le gérant du supermarché trouve le nombre de bouteilles non conformes anormalement élevé.
L'usine OCFRAIS a-t-elle des raisons de s'inquiéter ?