Durée : 4 heures

Corrigé du baccalauréat STI 2D/STL–SPCL
Métropole 20 juin 2013

EXERCICE 1 **5 points**

1. **a.** On a $P(X > 99) = 1 - P(X \leqslant 99) \approx 1 - 0,01002045 \approx 0,98997955 \approx 0,99$ à 10^{-2} près.

   b. $P(99 \leqslant X \leqslant 101) = P(X \leqslant 101) - P(X \leqslant 99) \approx 0,98997955 - 0,01002045 \approx 0,9799591 \approx 0,98$ à 10^{-2} près.

   c. D'après la question précédente, la probabilité pour qu'un pot prélevé aléatoirement soit non conforme est d'environ 0,02.

   a. Avec $p = 0,98$ et $n = 120$, on obtient :
   $I = \left[0,98 - 1,96\sqrt{\frac{0,98\times 0,12}{120}}\ ;\ 0,98 + 1,96\sqrt{\frac{0,98\times 0,12}{120}}\right]$.
   soit environ $I = [0,955\ ;\ 1,005]$. (sic !)
   En fait donc $I = [0,955\ ;\ 1]$.

   b. Comme $\dfrac{113}{120} \approx 0,942 \notin I$, le technicien doit prendre la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production.

EXERCICE 2 **5 points**

Partie A :

1. La température extérieure est inférieure à celle de la pièce, la fonction f est donc décroissante.
2. Sur l'intervalle $[0\,;9]$, la fonction f est dérivable et :
   $f'(x) = 9 \times (-0,12)\mathrm{e}^{-0,12t} = -1,08\mathrm{e}^{-0,12t}$.
   Pour tout réel t, $\mathrm{e}^{-0,12t} > 0$, donc sur $[0\,;9]$, $f'(t) < 0$: la fonction f est décroissante (strictement).
3. On a $f(9) = 9\mathrm{e}^{-0,12\times 9} + 11 = 9\mathrm{e}^{-1,08} + 11 \approx 14,056 \approx 14,1$ °C.
   La température de la pièce est d'environ 14,1 °C à 7 heures du matin.
4. Il faut trouver t tel que $f(t) < 15$.
   On trouve $t > 6,757$, soit 4,757 h après 22 heures soit environ 4 h 47 min.
5. $f(t) < 15$ si et seulement si $9\mathrm{e}^{-0,12t} + 11 < 15$ ou $9\mathrm{e}^{-0,12t} < 4$ ou $\mathrm{e}^{-0,12t} < \dfrac{4}{9}$ ou

   en prenant le logarithme $-0,12t < \ln\left(\dfrac{4}{9}\right)$ et enfin $t > \dfrac{\ln\left(\frac{4}{9}\right)}{-0,12} \approx 6,75775$.
   En retranchant les deux heures du jour précédent on obtient une heure égale à 4 h 46 min 30 s soit environ 4 h 47 min.

Partie B :

1. Une primitive sur l'intervalle $[0\,;9]$ de la fonction g est la fonction g définie sur cet intervalle par : $G(t) = \dfrac{0,7}{-0,12}\mathrm{e}^{-0,12t} = -\dfrac{35}{6}\mathrm{e}^{-0,12t}$.
   On a donc $\mathscr{E} = \displaystyle\int_0^9 g(t)\,\mathrm{d}t = [G(t)]_0^9 = G(9) - G(0) = -\dfrac{35}{6}\mathrm{e}^{-0,12\times 9} + \dfrac{35}{6}\mathrm{e}^{-0,12\times 0} =$
   $\dfrac{35}{6} - \dfrac{35}{6}\mathrm{e}^{-1,08} = \dfrac{35}{6}\left(1 - \mathrm{e}^{-1,08}\right) \approx 3,852 \approx 3,9$ kWh à 0,1 près.

2. En déduire une valeur arrondie de $\mathscr{E}$ à 0,1 kWh près.

EXERCICE 3 **4 points**

1. Le carré du module est égal à $6+2=8$; le module est donc égal à $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

L'argument θ est le nombre tel que : $\left\{\begin{array}{lcl}\cos\theta & = & \dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta & = & \dfrac{-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Donc $\theta=-\dfrac{\pi}{6}$. Une écriture exponentielle de $z=\sqrt{6}-\mathrm{i}\sqrt{2}$ est : $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$.

2. On calcule $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{3\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}}=3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{6}\right)}=3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{13\pi}{12}}$.

3. Les solutions de l'équation différentielle sont toutes fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x\longmapsto A\cos(3x)+B\sin(3x)$ avec $A,\ B\in\mathbb{R}$ quelconques.
Avec $A=0$ et $B=0,7$, on a bien une solution particulière définie par
$x\longmapsto 0,7\sin(3x)$.

4. Les solutions de l'équation différentielle sont toutes fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x\longmapsto C\mathrm{e}^{-7x}$ avec $C\in\mathbb{R}$ quelconque.
La solution vérifiant $f(0)=9$ est telle que $C\mathrm{e}^{-7\times 0}=9$ soit $C=9$.
La fonction est donc définie par $x\longmapsto 9\mathrm{e}^{-7x}$.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A :

1. Retrancher 0,3 %, c'est multiplier par $1-\dfrac{0,3}{100}=\dfrac{99,7}{100}=0,997$.
Donc $p_1=0,997p_0=6380,8$ MW.

2. On a de même $p_2=0,997p_1=0,997^2\,p_0\approx 6361,66$ MW.

3. À chaque centaine de kilomètres on multiplie par 0,997. La suite $\left(p_n\right)$ est donc une suite géométrique de premier terme $p_0=6400$ et de raison 0,997.

Partie B :

1.

	n	q	p
Entrées et initialisation	3	0,997	6 400
1er passage dans la boucle de l'algorithme			6 380
2e passage dans la boucle de l'algorithme			6 361
3e passage dans la boucle de l'algorithme			6 342

2. $p_3=6342$ représente la puissance électrique restante après trois cents kilomètres.

3. La puissance restante au bout de 300 km est égale à 6 400 multiplié par $0,997^3\approx 0,991$ soit une perte de $1-0,991=0,009\dfrac{9}{1000}=\dfrac{0,9}{100}=0,9\,\%$.

Partie C :

1. La puissance électrique à l'arrivée de la ligne Xiangjiaba–Shanghai est égale à $6400\times 0,997^{19}\approx 6044$.

2. **a.** La perte sur cette ligne est de $6400 - 6044 = 356$ pour une puissance initiale de 6 400.

La perte est donc égale à $\dfrac{356}{6400} \approx 0,055 = \dfrac{5,5}{100} = 5,5\,\%$.

La ligne répond donc à cette contrainte.

b. Il faut trouver le nombre n tel que $0,997^n \geqslant 1 - 0,07$, soit en prenant le logarithme $n \ln 0,997 \geqslant \ln 0,93$ ou $n \leqslant \dfrac{\ln 0,93}{\ln 0,997}$.

La calculatrice donne $\dfrac{\ln 0,93}{\ln 0,997} \approx 24,15$.

Le plus grand naturel inférieur à ce nombre est 24. La longueur maximale d'une ligne à très haute tension en courant continu pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 % est donc 2 400 km.